

Exercice de Seconde : Correction

Soient x et y deux réels tels que : $-2 \leq x \leq -1$ et $-1 \leq y \leq 2$

1) Encadrement de $x + y$, $x - y$ et $x^2 + 2y^2$

$$\begin{array}{lll} -2 \leq x \leq -1 & -2 \leq x \leq -1 & 1 \leq x^2 \leq 4 \\ -1 \leq y \leq 2 & -2 \leq -y \leq 1 & 0 \leq y^2 \leq 4 \\ -3 \leq x + y \leq 1 & -4 \leq x - y \leq 0 & 0 \leq 2y^2 \leq 8 \\ & & \mathbf{1 \leq x^2 + 2y^2 \leq 12} \end{array}$$

2) Encadrement de xy et $\frac{y}{x}$

Etudions 2 cas : $-1 \leq y \leq 0$ et $0 \leq y \leq 2$

$$\begin{array}{ll} -2 \leq x \leq -1 & -2 \leq x \leq -1 \\ 1 \leq -x \leq 2 & 1 \leq -x \leq 2 \\ 0 \leq -y \leq 1 & 0 \leq y \leq 2 \\ 0 \leq xy \leq 2 & 0 \leq -xy \leq 4 \\ & -4 \leq xy \leq 0 \end{array}$$

On a donc : $-4 \leq xy \leq 0$

Etudions 2 cas : $-1 \leq y \leq 0$ et $0 \leq y \leq 2$

$$\begin{array}{ll} -2 \leq x \leq -1 & -2 \leq x \leq -1 \\ 1 \leq -x \leq 2 & 1 \leq -x \leq 2 \\ \frac{1}{2} \leq -\frac{1}{x} \leq 1 & \frac{1}{2} \leq -\frac{1}{x} \leq 1 \\ 0 \leq -y \leq 1 & 0 \leq y \leq 2 \\ 0 \leq \frac{y}{x} \leq 1 & 0 \leq -\frac{y}{x} \leq 2 \\ & -2 \leq \frac{y}{x} \leq 0 \end{array}$$

On a donc : $-2 \leq \frac{y}{x} \leq 1$