

Rappel, l'aire d'un triangle est égale à (base x hauteur) / 2

l'aire d'un trapèze est égale à (grande base + petite base) / 2 x hauteur

$$a = \frac{AM \times AB}{2} = \frac{x \times 5}{2} = \frac{5}{2}x$$

$$b = \frac{DM \times CD}{2} = \frac{(4-x)\times 3}{2} = \frac{12-3x}{2} = 6 - \frac{3}{2}x$$

$$c = aire \ (ABCD \) - a - b = \ (\frac{5+3}{2})\times 4 - \frac{5}{2}x - (6 - \frac{3}{2}x) = 16 - \frac{5}{2}x - 6 + \frac{3}{2}x$$

soit c = 10-x

$$d = aire (ABCD) - aire (ABM) = 16 - a = 16 - \frac{5}{2}x$$

2) a) a = b équivaut à
$$\frac{5}{2}x = 6 - \frac{3}{2}x$$
 soit $\frac{5}{2}x + \frac{3}{2}x = 6$

$$4 x = 6 \text{ d'où } x = \frac{3}{2}$$

b)
$$c = a + b$$
 équivaut à : $10-x = \frac{5}{2}x + 6 - \frac{3}{2}x = x + 6$ d'où 2 x = 4 soit x = 2

c) a = d équivaut à :
$$\frac{5}{2}x = 16 - \frac{5}{2}x$$

soit
$$\frac{5}{2}x + \frac{5}{2}x = 16$$
 donc $5 x = 16$, $x = \frac{16}{5}$

d)
$$BM = 6$$

Le triangle ABM étant rectangle en A, d'après le théorème de Pythagore, on a :

$$BM^2 = AB^2 + AM^2$$

Soit
$$BM^2 = 25 + x^2$$

BM = 6 équivaut à BM² = 36 soit 25 + x^2 = 36, x^2 = 9 donc x = 3 (car $x \ge 0$).