

Exercice de Seconde : Correction

on a $1,76 < a < 1,78$ et $2,43 < b < 2,45$

a) Encadrement de $3a^2+2b$

$1,76 < a < 1,78$ implique $(1,76)^2 < a^2 < (1,78)^2$ (passage au carré)

et $3(1,76)^2 < 3a^2 < 3(1,78)^2$

$2,43 < b < 2,45$ implique $2(2,43) < 2b < 2(2,45)$

$3(1,76)^2 < 3a^2 < 3(1,78)^2$ et $2(2,43) < 2b < 2(2,45)$ implique

$3(1,76)^2 + 2(2,43) < 3a^2 + 2b < 3(1,78)^2 + 2(2,45)$ (en ajoutant membre à membre)

$$14,1528 < 3a^2 + 2b < 14,4052$$

b) Encadrement de b^2-3a+5

$2,43 < b < 2,45$ implique $(2,43)^2 < b^2 < (2,45)^2$ passage au carré

$1,76 < a < 1,78$ implique $-3(1,78) < -3a < -3(1,76)$ (multiplication par -3)

$(2,43)^2 < b^2 < (2,45)^2$ et $-3(1,78) < -3a < -3(1,76)$ implique

$(2,43)^2 - 3(1,78) + 5 < b^2 - 3a + 5 < (2,45)^2 - 3(1,76) + 5$ (en ajoutant membre à membre)

$$5,5649 < b^2 - 3a + 5 < 5,7225$$

c) Encadrement de $3b - 2a$

$2,43 < b < 2,45$ implique $3(2,43) < 3b < 3(2,45)$ (multiplication par 3)

$1,76 < a < 1,78$ implique $-2(1,78) < -2a < -2(1,76)$ (multiplication par -2)

$3(2,43) < 3b < 3(2,45)$ et $-2(1,78) < -2a < -2(1,76)$ implique

$3(2,43) - 2(1,78) < 3b - 2a < 3(2,45) - 2(1,76)$

$$3,73 < 3b - 2a < 3,83$$

d) Encadrement de $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$

$1,76 < a < 1,78$ implique $\frac{1}{1,78} < \frac{1}{a} < \frac{1}{1,76}$ (passage à l'inverse)

$2,43 < b < 2,45$ implique $\frac{1}{2,45} < \frac{1}{b} < \frac{1}{2,43}$ (passage à l'inverse)

$\frac{1}{1,78} < \frac{1}{a} < \frac{1}{1,76}$ et $\frac{1}{2,45} < \frac{1}{b} < \frac{1}{2,43}$ implique $\frac{1}{1,78} + \frac{1}{2,45} < \frac{1}{a} + \frac{1}{b} < \frac{1}{1,76} + \frac{1}{2,43}$

$0,96996... < \frac{1}{a} + \frac{1}{b} < 0,97970... \text{ donc}$

$$0,96 < \frac{1}{a} + \frac{1}{b} < 0,98 \text{ à } 0,01 \text{ près}$$

e) Encadrement de $\sqrt{a}+\sqrt{b}$

$$1,76 < a < 1,78 \text{ implique } \sqrt{1,76} < \sqrt{a} < \sqrt{1,78}$$

$$2,43 < b < 2,45 \text{ implique } \sqrt{2,43} < \sqrt{b} < \sqrt{2,45}$$

$$\sqrt{1,76} + \sqrt{2,43} < \sqrt{a} + \sqrt{b} < \sqrt{1,78} + \sqrt{2,45}$$

$$2,88549... < \sqrt{a} + \sqrt{b} < 2,89941... \text{ donc } \boxed{2,88 < \sqrt{a} + \sqrt{b} < 2,90 \text{ à } 0,01 \text{ près}}$$